esercizio completo 5/7/2011

RETI LOGICHE/ Si vuole progettare una macchina sequenziale sincrona con due bit di ingresso $a(t)$ e $b(t)$, e uno di uscita, $z(t)$, che deve valere 0 fino a che non si siano presentati almeno 1 ingresso a e due ingressi b di valore 1. Qual è il numero minimo di stati della macchina? Disegnare il diagramma degli stati della macchina, e progettarla secondo lo schema *monoblocco*.

Lo stato complessivo della macchina deve tenere conto dei valori negli ingressi $a(t)$ e $b(t)$. Poiché tali ingressi sono indipendenti, si possono associare alcuni bit di stato all'ingresso $a(t)$ e i rimanenti all'ingresso $b(t)$.

Dimensioniamo lo stato per ciascun ingresso:

ingresso		eventi associati
$a(t) \longrightarrow$		1. Non è arrivato alcun bit pari a 1
		2. E' arrivato almeno un bit pari a 1

$\Longrightarrow$ il gruppo di bit di stato della macchina associato all'ingresso $a(t)$ è formato da 1 solo bit, in grado di memorizzare uno dei due eventi sopra citati. Chiamiamo questo bit α, codificando gli eventi in questo modo:

$\alpha = 0 \Longleftrightarrow$ nessun bit $a=1$

$\alpha = 1 \Longleftrightarrow$ almeno un bit $a=1$

Similmente:

<u>ingresso</u> <u>eventi associati</u>

$b(t) \longrightarrow$
1. non è arrivato alcun bit pari a 1
2. è arrivato esattamente un bit pari a 1
3. sono arrivati almeno due bit pari a 1

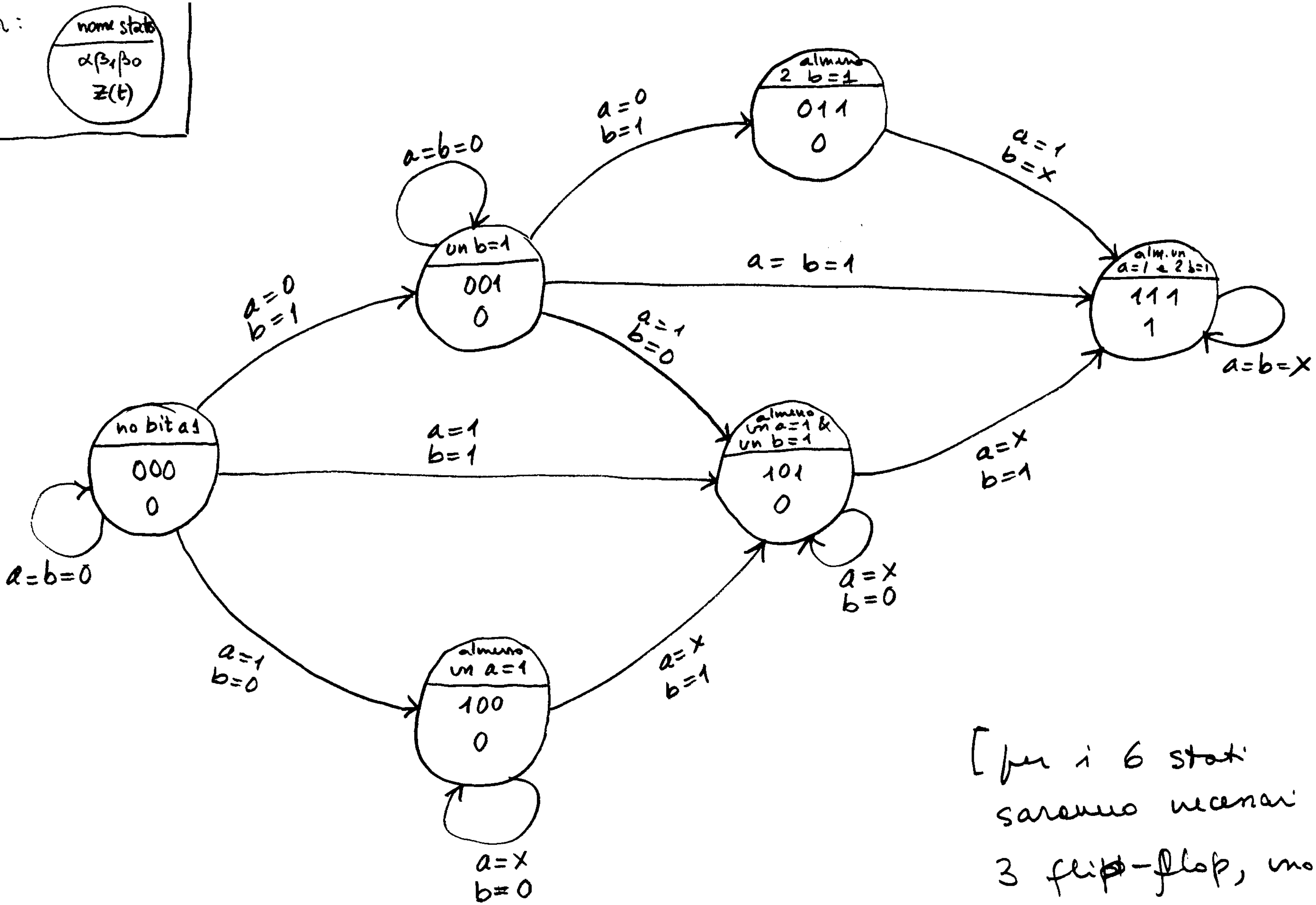
In questo caso gli eventi da memorizzare sono 3, e dunque servono 2 bit, β_1 e β_0 ;
- 00 $\Longleftrightarrow$ nessuno
- 01 $\Longleftrightarrow$ esattam. 1
- 11 $\Longleftrightarrow$ almeno 2

Lo stato complessivo della macchina sarà dunque rappresentato dalla terna $(\alpha, \beta_1, \beta_0)$.
L'insieme degli stati possibili per la macchina è il <u>prodotto cartesiano</u> dei due set di stati possibili per i due ingressi, ed ha dimensione $6 = \underset{a}{2} \times \underset{b}{3}$.

Il diagramma degli stati della macchina è il seguente:

%

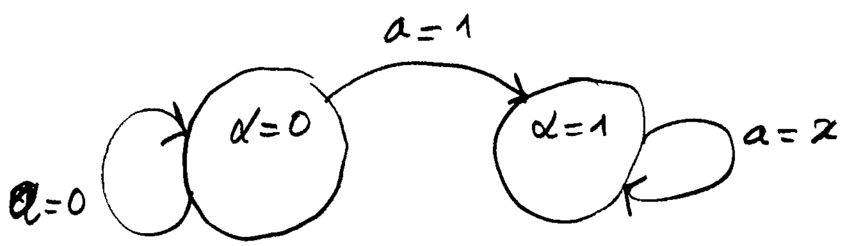
legenda:



[per i 6 stati
saranno necessari
3 flip-flop, uno
per ciascun bit di stato.]

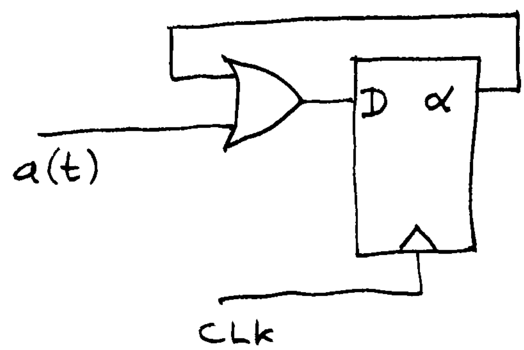
La sintesi monoblocco potrebbe procedere dall'automa disegnato. Peraltro, abbiamo già notato che $a(t)$ e $b(t)$ sono indipendenti, per cui possiamo sintetizzare l'automa risolvendo separatamente i sottoautomi per α e (β_1, β_0), almeno per quanto riguarda l'evoluzione dello stato (l'uscita dipende dallo stato composto $(\alpha, \beta_1, \beta_0)$ in modo tra l'altro semplicissimo, che non richiede neanche la scrittura della tabella: $Z(t) = \alpha(t) \cdot \beta_1(t) \cdot \beta_0(t)$).

<u>Sottoautoma α</u> (1 bit di stato $\longleftrightarrow$ 1 flip-flop)

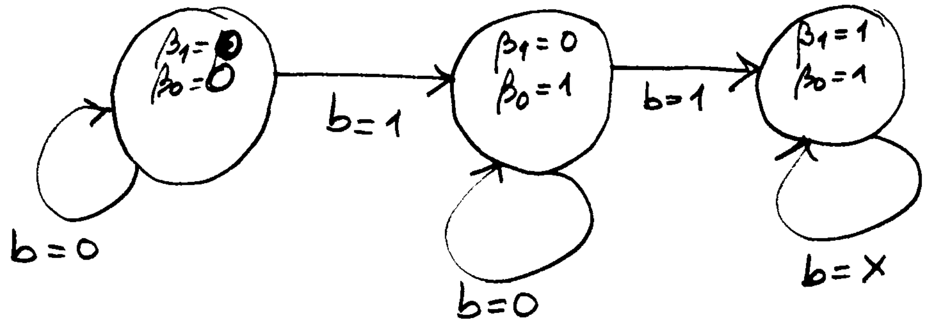


a	α	α'
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$$\Longrightarrow \alpha' = a \underset{\substack{\uparrow \\ \text{OR}}}{+} \alpha$$



Sottoautoma (β_1, β_0) (2 bit di stato $\leftrightarrow$ 2 ff)



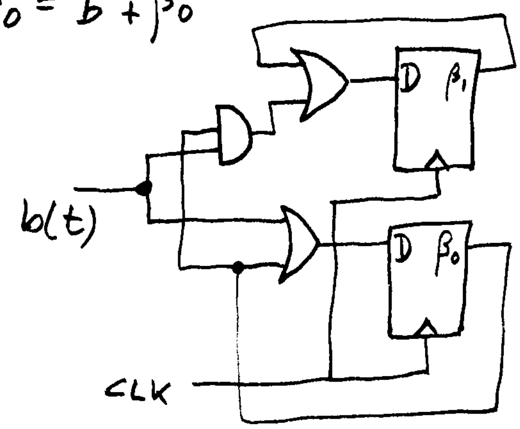
b	β_1	β_0	β_1'	β_0'
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	X	X
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	X	X
1	1	1	1	1

$b \backslash \beta_1\beta_0$	00	01	11	10
0	0	0	1	X
1	0	1	1	X

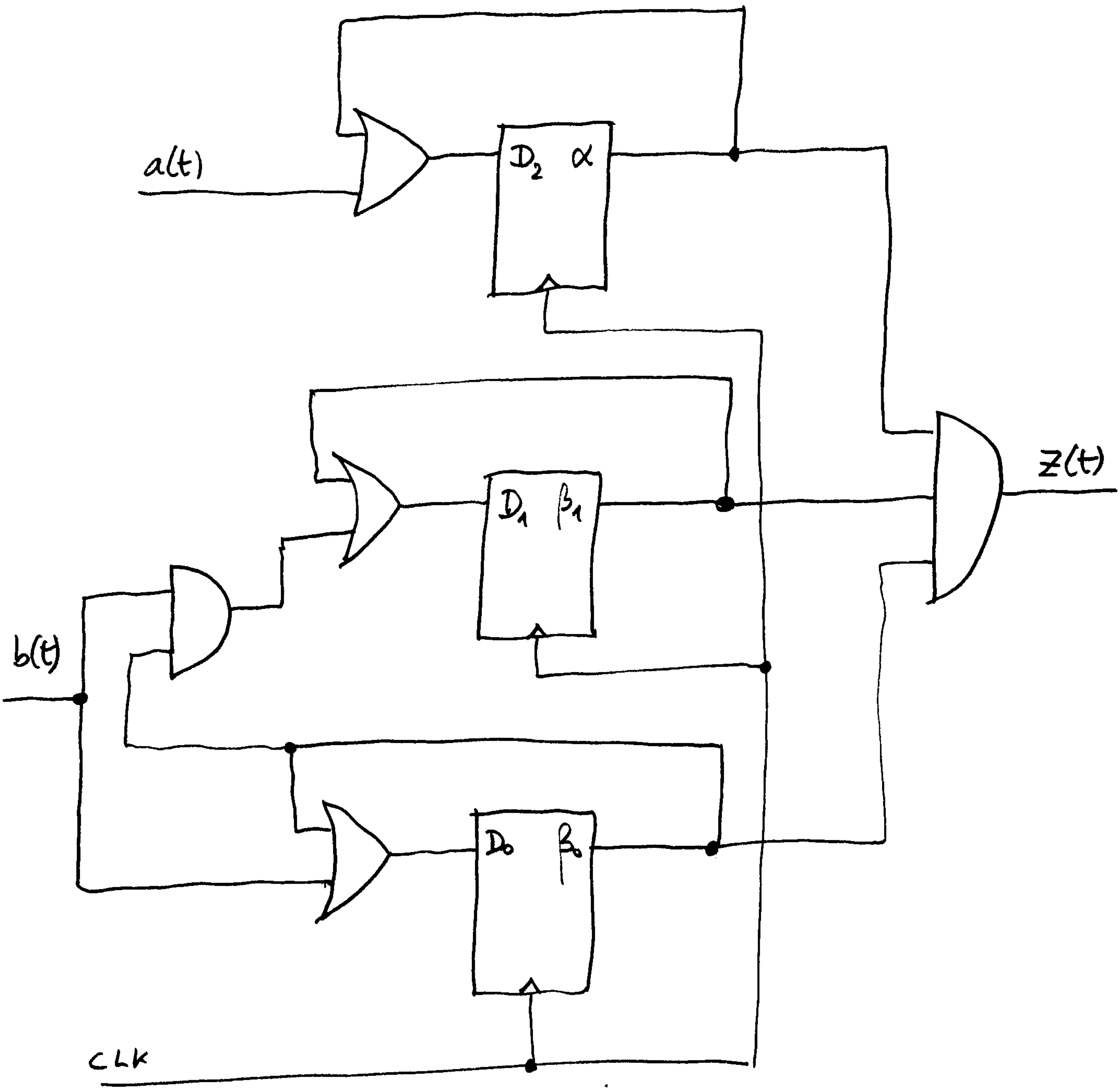
$$\beta_1' = b\beta_0 + \beta_1$$

$b \backslash \beta_1\beta_0$	00	01	11	10
0	0	1	1	X
1	1	1	1	X

$$\beta_0' = b + \beta_0$$



Lo schema complessivo è dunque il seguente:



[Notare la ripetitività dello schema sui bit α e β_0, e la lieve modifica sul bit β_1, dove bisogna attendere che β_0 sia a 1.]

Approfondimento

Allo stesso schema realizzativo saremmo giunti anche lavorando sull'automa completo, che ha la seguente tabella:

a	b	α	β_1	β_0	α'	β_1'	β_0'
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	0	1	0	(0) X	(1) X	(0) X
0	0	0	1	1	0	1	1
0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	1	0	1	1	0	1
0	0	1	1	0	(1) X	(1) X	(0) X
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	(0) X	(1) X	(1) X
0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	0	1
0	1	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	(1) X	(1) X	(1) X
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	(1) X	(1) X	(0) X
1	0	0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1	0	1
1	0	1	1	0	(1) X	(1) X	(0) X
1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	0	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	(1) X	(1) X	(1) X
1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	0	0	1	0	1
1	1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	0	(1) X	(1) X	(1) X
1	1	1	1	1	1	1	1

Nota: i valori tra parentesi sono fissati col metodo di Karnaugh (cfr. pag. seg.)

Risolvendo con le mappe di Karnaugh:

NOTA: Le "X" cerchiate diventano 1 le altre 0 (~~tali~~ i valori sono stati riportati nella tabella di pag. precedente)

$a = 1$

$b\alpha$ \ $\beta_1\beta_0$	00	01	11	10
00	1	1	1	X
01	1	1	1	X
11	1	1	1	X
10	1	1	1	X

$a = 0$

$b\alpha$ \ $\beta_1\beta_0$	00	01	11	10
00	0	0	0	X
01	1	1	1	X
11	1	1	1	X
10	0	0	0	X

$$\alpha'\Big|_{a=1} = 1 \qquad \alpha'\Big|_{a=0} = \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha' = a\cdot\alpha'\Big|_{a=1} + \bar{a}\,\alpha'\Big|_{a=0} = a + \bar{a}\alpha \equiv a + \alpha$$

(come trovato prima)

$a=1$

$b\alpha$ \ $\beta_1\beta_0$	00	01	11	10
00	0	0	1	X
01	0	0	1	X
11	0	1	1	X
10	0	1	1	X

$a=0$

$b\alpha$ \ $\beta_1\beta_0$	00	01	11	10
00	0	0	1	X
01	0	0	1	X
11	0	1	1	X
10	0	1	1	X

$$\beta_1'\Big|_{a=1} = b\beta_0 + \beta_1 \qquad \beta_1'\Big|_{a=0} = b\beta_0 + \beta_1$$

$$\Rightarrow \beta_1' = b\beta_0 + \beta_1$$

(come trovato prima)

$a=1$

$b\alpha$ \ $\beta_1\beta_0$	00	01	11	10
00	0	1	1	X
01	0	1	1	X
11	1	1	1	X
10	1	1	1	X

$a=0$

$\beta\alpha$ \ $\beta_1\beta_0$	00	01	11	10
00	0	1	1	X
01	0	1	1	X
11	1	1	1	X
10	1	1	1	X

$$\beta_0'\Big|_{a=1} = b + \beta_0 \qquad \beta_0'\Big|_{a=0} = b + \beta_0$$

$$\Rightarrow \beta_0' = b + \beta_0$$

(come trovato prima)