DIVISIONE INTERA (per compito 21/2/18)

dividendo $(110011) = 51$

divisore $(101) = 5$

$$a = q \times b + r \qquad q \leq 2^n - 1$$

$$51 = 10 \times 5 + 1 \qquad r \leq b - 1$$

$$\underset{2n \text{ bit}}{51} = \underset{n \text{ bit}}{10} \times \underset{n \text{ bit}}{5} + \underset{n \text{ bit}}{1}$$

Primo: si allinea il divisore shiftato (a sinistra) di n posizioni al dividendo e si sottrae, per sapere se c'è overflow. (*)

Vediamo quando c'è overflow...

Supponiamo che sia dato b, e troviamo il max valore di a. Esso si ottiene ponendo q e r al loro valor max:

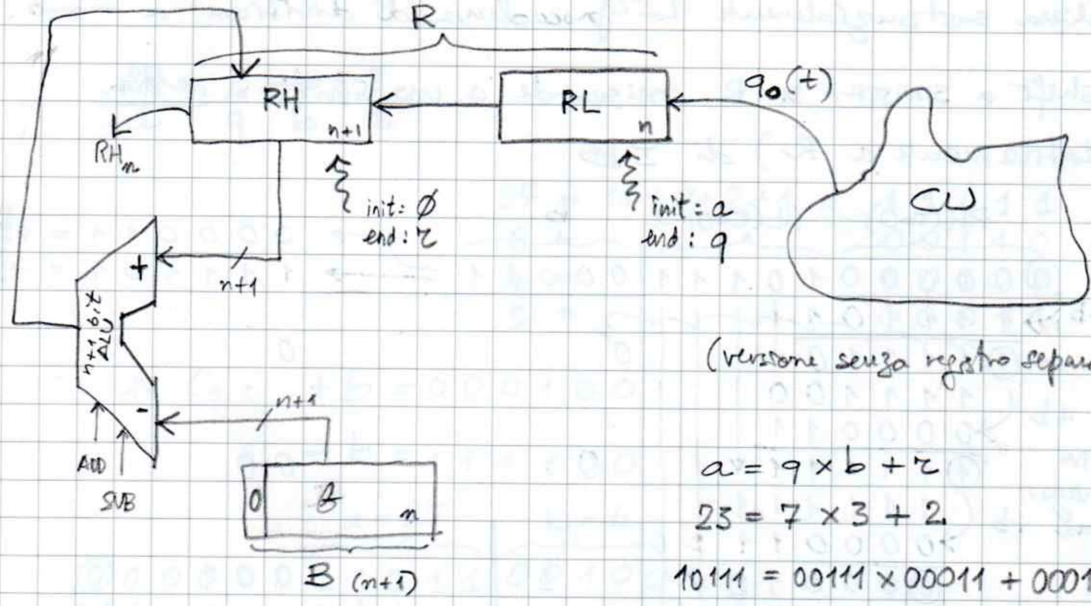
$$a_{max}^{(b)} = q_{max} \cdot b + r_{max} =$$

$$= (2^n - 1) \cdot b + (b - 1) = 2^n \cdot b - 1$$

Quindi dev'essere

$$\left.\begin{aligned} &a - 2^n b < 0 \quad \text{per NO OVERFLOW,} \\ &\text{ossia è} \\ &a - 2^n b \geq 0 \quad \text{per OVERFLOW} \end{aligned}\right\} (*)$$

NUOVO ALGORITMO (Hamacher V ed, versione "non restoring")



(versione senza registro separato Q)

$$a = q \times b + r$$

$$23 = 7 \times 3 + 2$$

$$10111 = 00111 \times 00011 + 00010$$

$+B = 000011$ $\quad -B = 111101$

in genere c'è 0

Se si usa un registro separato Q, allora RL si svuota gradualmente e alla fine è Ø

	RH = 000000	RL = 10111	Q = 00000
SHL	000001	0111X	0000X
SUB	111101		
Set q_0	111110	01110	00000
SHL	111100	1110X	0000X
ADD	000011		
Set q_0	111111	11100	00000
SHL	111111	1100X	0000X
ADD	000011		
Set q_0	000010	11001	00001
SHL	000101	1001X	0001X
SUB	111101		
Set q_0	000010	10011	00011
SHL	000101	0011X	0011X
SUB	111101		
Set q_0	000010 = 2	00111	00111 = 7

(Non è necessaria l'ultima iterazione di aggiustamento del resto, perché RH≥0)

¿ Perché funziona?

Realizza sostanzialmente la procedura di divisione a mano.

Lo shift a SINISTRA DI R corrisponde a uno shift a destra (relativamente a R) di $\pm B$

```
   RH(t=0)      RL(t=0)=a      b
 0 0 0 0 0 0    1 0 1 1 1  | 0 0 0 1 1   →  0 0 0 0 1 1 = +b
                           |              →  1 1 1 1 0 1 = -b
obbligato  -b   1 1 1 1 0 1
           1 1 1 1 1 0        0              0
             1 1 1 1 0 0
      +b     0 0 0 0 1 1
           1 1 1 1 1 1          0            0 0
             1 1 1 1 1 1
      +b     0 0 0 0 1 1
           0 0 0 0 1 0            1          0 0 1
             0 0 0 1 0 1
      -b     1 1 1 1 0 1
           0 0 0 0 1 0              1        0 0 1 1
             0 0 0 1 0 1
      -b     1 1 1 1 0 1
           0 0 0 0 1 0                1      0 0 1 1 1
           \_____r_____/                     \____q____/
```

segno negativo della differenza: produce una cifra del quoziente pari a 0 e comporta di SOMMARE il divisore al passo successivo

non necessario ultimo passo di somma con +b, per rendere $r \geq 0$

La differenza con la divisione a mano classica sta nel non fare sempre SOTTRAZIONI, ma nel fare SOMME quando l'ultima operazione ha dato un risultato negativo, producendo nel quoziente uno 0 perché il b non "sta" nella parte di dividendo (a) considerata in quel passo.

Altro esempio (dove è necessario aggiustare il resto):

$$\underset{a}{27} = \underset{q}{6} \times \underset{b}{4} + \underset{r}{3}$$

$27 = 16+8+2+1 =$	1 1 0 1 1	a
$6 =$	0 0 1 1 0	q
$4 =$	0 0 1 0 0	b
$3 =$	0 0 0 1 1	r

in C_2: $+b = 000100$

$-b = 111100$

```
            a = 27      |  b = 4
0 0 0 0 0 0 1 1 0 1 1   |  0 0 1 0 0
  1 1 1 1 0 0           |
1 1 1 1 0 1 1           |  0           0
  0 0 0 1 0 0           |
  1 1 1 1 1 1 0         |    0         0 0
    0 0 0 1 0 0         |
    0 0 0 0 1 0 1       |      1       0 0 1
      1 1 1 1 0 0       |
      0 0 0 0 0 1 1     |        1     0 0 1 1
        1 1 1 1 0 0     |
        1 1 1 1 1 1     |          0   0 0 1 1 0
aggiustamento del resto   0 0 0 1 0 0
          0 0 0 0 1 1   |              q = 6.
           r = 3
```