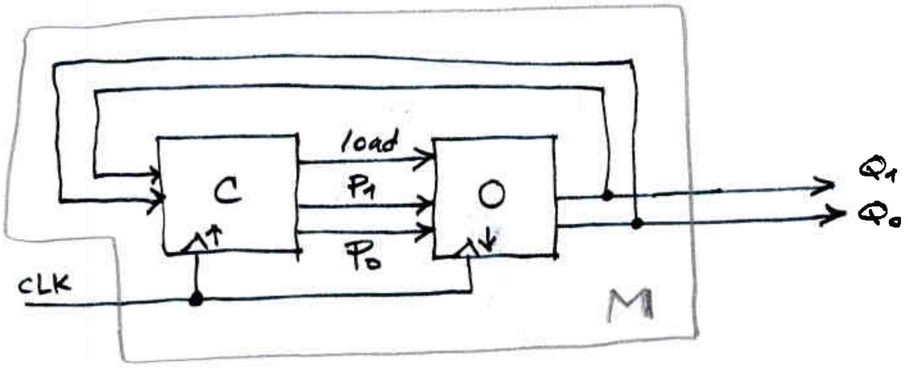
Soluzione compito Calcolatori 14 giugno 2017

I. RETI LOGICHE



A regime, la macchina complessiva (M) deve produrre in uscita la sequenza periodica (di periodo 9)

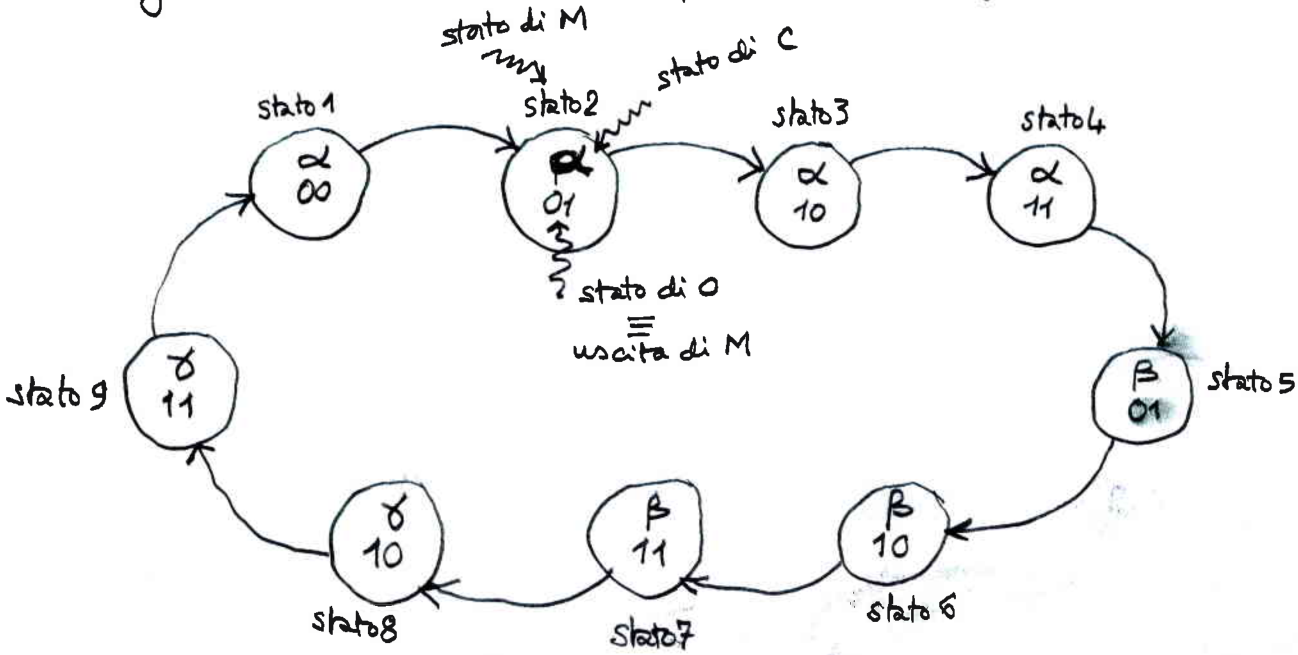
$$Q_1Q_0 = \ldots 00, 01, 10, 11, 01, 10, 11, 10, 11, \ldots$$

Ciò è possibile perché sia C che O hanno due bit di stato, e quindi M ha quattro bit di stato, con $2^3 < 9 < 2^4$.

Poiché O è un contatore "up", in assenza di caricamento parallelo dall'esterno (attraverso l'ingresso 'load'), esso ciclerebbe sui suoi quattro stati: $Q_1Q_0 = \ldots 00, 01, 10, 11, \ldots$

È dunque necessario che la macchina C asserisca il comando 'load' in modo da re-inizializzare il contatore, che altrimenti produrrebbe in uscita una sequenza di periodo 4 e non 9.

Designati con $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ gli stati di C, disegniamo il diagramma degli stati per M a regime:



La "catena" di stati è stata costruita nel seguente modo:

1) disegna una catena di 9 stati, nominandoli progressivamente da 1 a 9

2) Inserisci nella catena le uscite desiderate per la sequenza. Tali uscite coincidono con gli stati di O

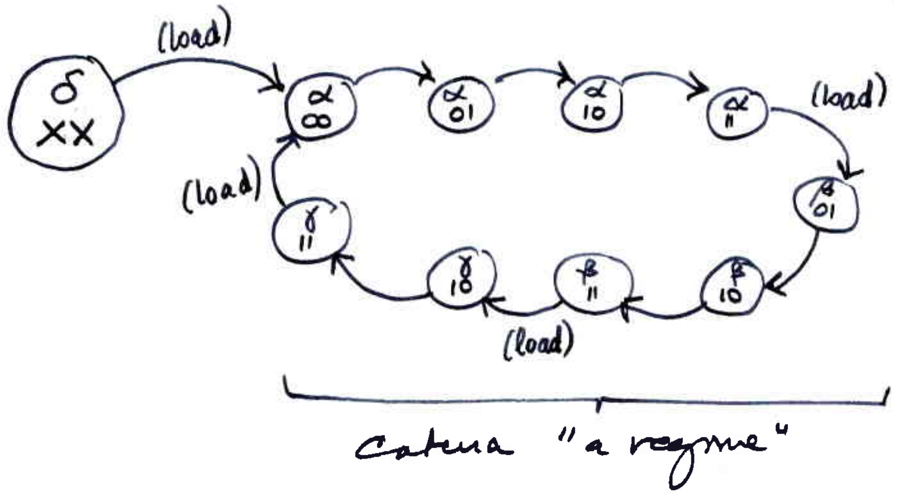
3) Partendo da $Q_1 Q_0 = 00$, abbina ad ogni stato di O uno stato di C in modo che tutte le coppie (stato di C, stato di O) siano diverse tra loro. Ciascuna coppia costituirà la codifica per uno stato di M.

Per come è stata disegnata, la catena comporta tre cambi di stato per la macchina C, e precisamente tra gli stati di M $\underset{[\alpha\to\beta]}{4/5}$, $\underset{\beta\to\gamma}{7/8}$, e $\underset{\gamma\to\alpha}{9/1}$. Notiamo che in ognuno dei casi elencati, lo stato di O è $Q_1Q_0 = 11$: questa non è una cosa importante, ma dipende semplicemente dalla particolare sequenza d'uscita scelta, e dalla legge di codifica decisa per la catena. Una cosa sicuramente più interessante è che abbiamo usato per la catena soltanto tre stati di C. Infatti, poiché gli stati di M sono coppie ordinate di stati di C e di O, dall'equazione

$$\underbrace{\#\text{stati } M}_{9 = \text{stati a regime}} \leq \#\text{stati } C \times \underbrace{\#\text{stati } O}_{4 = \text{stati contatore a 2 bit}}$$

troviamo che il numero minimo per #stati C è 3. (Se fosse stato 2, sarebbe bastato 1 bit di stato, per C.)

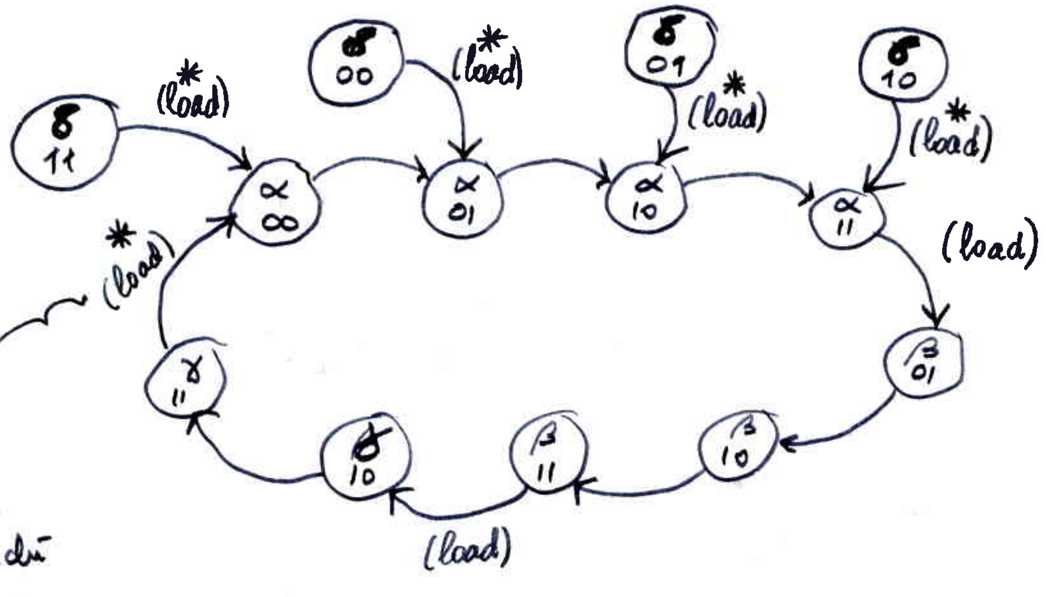
Rimane da gestire l'inizializzazione di M. Nell'ipotesi di servirsi del segnale load generato da C per inizializzare O, si può pensare di sfruttare lo stato (finora) inutilizzato di C, γ, come stato di inizializzazione. ~~Ad~~ esempio: %



In questo modo, M viene inizializzata in uno dei 4 stati (δ, XX) e al successivo colpo di clock "entra" nello stato $(\alpha, 00)$

Lo schema precedente ha il piccolo svantaggio di generare un'uscita che non rispetta, almeno per la fase iniziale, la sequenza periodica desiderata. Ad es., se in fase di inizializzazione è $XX \neq 11$, allora la transizione $(\delta, XX) \rightarrow (\alpha, 00)$ comporta che l'uscita di M passi da XX a 00, violando così la specifica.

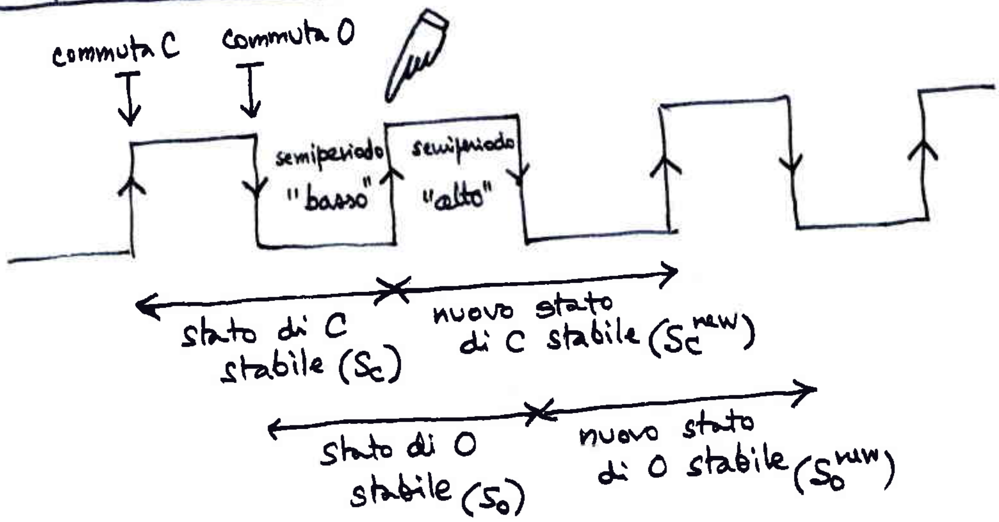
Una soluzione che conserva la successione corretta delle uscite è la seguente:



* in tutti questi casi il load si può anche omettere, perché lo stato futuro del contatore è già quello giusto

Passiamo ora alla realizzazione di C usando l'ultimo schema di pag. 4. Prima di fare i conti, dobbiamo però osservare un particolare, importante quando la realizzazione è (come in questo caso) di una macchina di Mealy che lavora con una seconda macchina (qui O) a clock sfasati.

Gli schemi disegnati a pag. 4 si riferiscono a particolari istanti di funzionamento della macchina M. In particolare, in ogni cerchietto è "fotografato" lo stato composto (stato di C, stato di O) durante i semiperiodi "bassi" del clock. Vediamo meglio:



Consideriamo l'istante di commutazione di C evidenziato con : in tale istante, C passa da un certo stato (chiamiamolo S_c) ad un nuovo stato (S_c^{new}), che rimarrà stabile fino all'arrivo del successivo fronte di clock ↑.

Il valore del nuovo stato S_c^{new} è calcolato a partire dal valore di S_c e dell'ingresso di C, che è l'uscita (e lo stato) di O S_o. Si ha infatti

$$S_c' = f(S_o, S_c) \longmapsto$$ stato futuro di C, calcolato a monte del fronte ↑, quindi durante il semiperiodo "basso" ↓↑

$$S_c^{new} \longleftarrow S_c' \longmapsto$$ lo stato futuro di C diventa il nuovo stato presente a valle del fronte ↑

Quindi, nel semiperiodo "alto" ↑↓ lo stato di C è cambiato, mentre lo stato di O è rimasto inalterato.

Ora: poiché la macchina O commuta sui fronti ↓, essa camponerà gli ingressi load, P_1, P_0 generati da C durante il semiperiodo "alto", cioè quando lo stato complessivo della macchina è (S_o, S_c^{new})

Per riassumere:

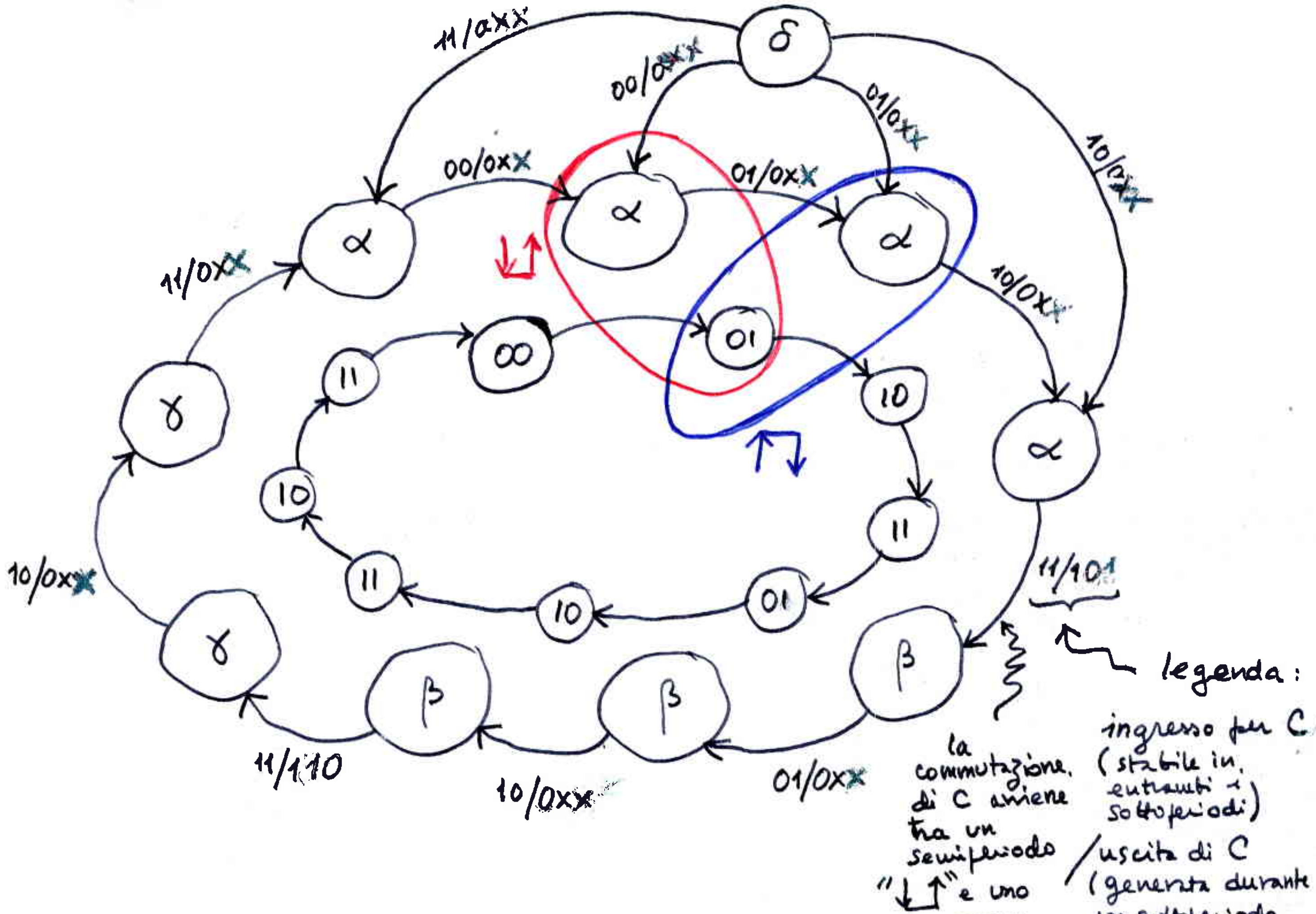
- La commutazione di C si fa con gli stati stabili in un semiperiodo "basso" (↓↑):

$$S_c' = f(S_o, S_c) = S_c^{new}$$

- La commutazione di O si fa con gli stati stabili in un semiperiodo "alto" (↑↓), e si basa su

$$\text{uscite di } C \equiv \text{ingressi di } O = g(S_o, S_c^{new}).$$

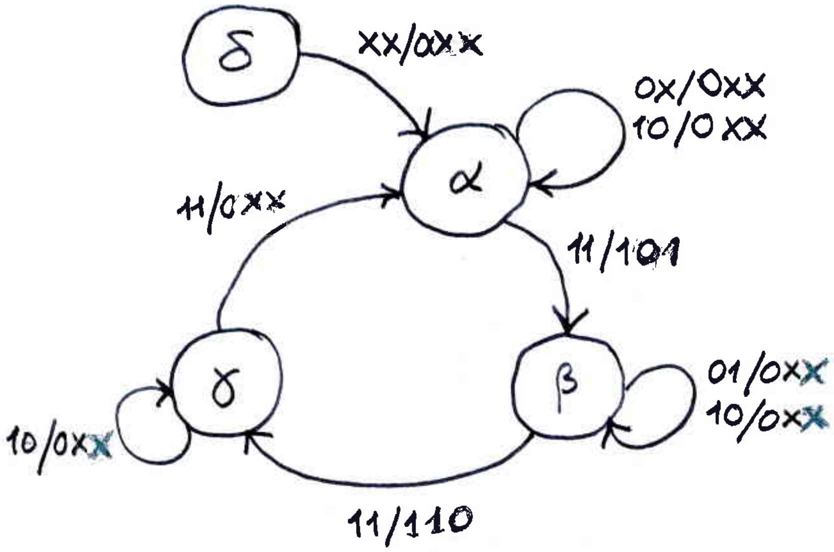
Il ragionamento precedente suggerisce di rappresentare l'evoluzione di stato delle due macchine attraverso due catene di stati distinte, come segue:



La figura va letta come segue:

- La catena interna è quella degli stati di O, mentre la catena esterna è quella degli stati di C
- δ è lo stato di inizializzazione di C, da cui si salta comunque nello stato α. Da questo si resterà in α anche al clock successivo, tranne nel caso in cui $Q_1Q_0 = 11$
- La coppia di stati cerchiati in rosso rappresenta uno stato di M "fotografato" in un semiperiodo "basso" (↓↑); la coppia cerchiata in blu "fotografa" lo stato di M in un semiperiodo "alto" (↑↓). La catena di pag. 2 è composta tutta di stati di M del primo tipo.

Ridisegniamo la catena di stati per la macchina C nella forma classica di un diagramma degli stati :



Nota: se avessimo voluto progettare una C di Moore, ci sarebbero serviti degli stati in più per potere generare uscite diverse a parità di stato di Mealy.

Da quanto detto nelle pagine precedenti, questa è una normale macchina di Mealy, con una piccola differenza rispetto alla notazione usuale: le uscite sono da intendersi come funzioni degli ingressi e dello <u>stato d'arrivo</u>, non dello stato di partenza. Siccome invece lo stato d'arrivo è funzione di ingressi e stato di partenza, conviene scrivere due diverse tabelle per le funzioni caratteristiche della macchina (come se fosse di Moore) :

$Q_1Q_0\ S_c^{\downarrow\uparrow}$	$S_c^{\downarrow\uparrow'} = S_c^{\uparrow\downarrow}$

(transizione di stato)

$Q_1Q_0\ S_c^{\uparrow\downarrow}$	load P_1P_0

(uscita)

Scelta (arbitrariamente) come codifica per gli stati di C la seguente: $\alpha = 00$, $\beta = 01$, $\gamma = 10$, $\delta = 11$, possiamo compilare le tabelle e procedere alla realizzazione delle funzioni caratteristiche di C:

Q_1Q_0	Y_1Y_0	Y_1Y_0
0 0	0 0	0 0
0 0	0 1	X X
0 0	1 0	X X
0 0	1 1	0 0
0 1	0 0	0 0
0 1	0 1	0 1
0 1	1 0	X X
0 1	1 1	0 0
1 0	0 0	0 0
1 0	0 1	0 1
1 0	1 0	1 0
1 0	1 1	0 0
1 1	0 0	0 1
1 1	0 1	1 0
1 1	1 0	0 0
1 1	1 1	0 0

Q_1Q_0	Y_1Y_0	load	P_1 P_0
0 0	0 0	0	X X
0 0	0 1	X	X X
0 0	1 0	X	X X
0 0	1 1	X (0)	X X
0 1	0 0	0	X X
0 1	0 1	0	X X
0 1	1 0	X	X X
0 1	1 1	X (0)	X X
1 0	0 0	0	X X
1 0	0 1	0	X X
1 0	1 0	0	X X
1 0	1 1	X (0)	X X
1 1	0 0	0	X X
1 1	0 1	1	0 1
1 1	1 0	1	1 0
1 1	1 1	X (0)	X X

ad es. $Load = Q_1Q_0(Y_1 \oplus Y_0)$

$P_0 = Q_1Q_0Y_0$

$P_1 = Q_1Q_0Y_1$

$Q_1Q_0 \backslash Y_1Y_0$	00	01	11	10
00	0	X	0	X
01	0	0	0	X
11	0	1	0	0
10	0	0	0	1

$$Y_1' = Q_1Q_0\overline{Y_1}Y_0 + \overline{Q_0}Y_1\overline{Y_0} + \overline{Q_1}Y_1\overline{Y_0}$$

$Q_1Q_0 \backslash Y_1Y_0$	00	01	11	10
00	0	X	0	X
01	0	1	0	X
11	1	0	0	0
10	0	1	0	0

$$Y_0' = Q_1Q_0\overline{Y_1}\overline{Y_0} + \overline{Q_0}\overline{Y_1}Y_0 + \overline{Q_1}\overline{Y_1}Y_0$$

01 → 10 → 11 → 01 → 10 → 11 → 10 → 11 → 00

Diagramma temporale

	Q_1	Q_0	Y_1	Y_0	Y'_1	Y'_0	load	P_1	P_0
$t_0\downarrow$	0	1	1	1	0	0			
$t_1\uparrow$	0	1	0	0			0(inc)	X	X
$t_1\downarrow$	1	0	0	0	0	0			
$t_2\uparrow$	1	0	0	0			0(inc)	X	X
$t_2\downarrow$	1	1	0	0	0	1			
$t_3\uparrow$	1	1	0	1			1(load)	0	1
$t_3\downarrow$	0	1	0	1	0	1			
$t_4\uparrow$	0	1	0	1			0(inc)	X	X
$t_4\downarrow$	1	0	0	1	0	1			
$t_5\uparrow$	1	0	0	1			0(inc)	X	X
$t_5\downarrow$	1	1	0	1	1	0			
$t_6\uparrow$	1	1	1	0			1(load)	1	0
$t_6\downarrow$	1	0	1	0	1	0			
$t_7\uparrow$	1	0	1	0			0(inc)	X	X
$t_7\downarrow$	1	1	1	0	0	0			
$t_8\uparrow$	1	1	0	0			0(inc)	X	X
$t_8\downarrow$	0	0	0	0	0	0			
$t_9\uparrow$	0	0	0	0			0(inc)	X	X
$t_9\downarrow$	0	1	0	0	0	0			
$t_{10}\uparrow$	0	1	0	0			0(inc)	X	X
$t_{10}\downarrow$	1	0	0	0	0	0			

Schema realizzativo