

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA

Calcolatori — a.a. 2024–2025

Compito del 14 febbraio 2025

Cognome e Nome dello studente: _____

Correggere un singolo errore

Nel suo libro del 1949 *The mathematical theory of communication*, Claude Shannon mostra come sia possibile trasmettere dati attraverso un canale rumoroso senza perdita d'informazione, a patto di aggiungere ai bit del messaggio originale alcuni bit di ridondanza. In particolare, se ci si aspetta di ricevere al più un bit errato ogni sette trasmessi, allora è sufficiente una ridondanza di tre bit (l'algoritmo è dovuto a Richard Hamming). La parola di sette bit da trasmettere sarà $\mathbf{m} \doteq (m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6, m_7)$, con (m_3, m_5, m_6, m_7) i bit del messaggio originale, e (m_1, m_2, m_4) i bit di ridondanza, scelti in modo tale che

$$p_4 \doteq p(m_4, m_5, m_6, m_7) = 0;$$

$$p_2 \doteq p(m_2, m_3, m_6, m_7) = 0;$$

$$p_1 \doteq p(m_1, m_3, m_5, m_7) = 0,$$

dove $p(\mathbf{x}) = 0$ se i bit a 1 della parola \mathbf{x} sono in numero pari, e 1 altrimenti. Ad esempio, se il quartetto di bit da trasmettere è $(1, 0, 1, 1)$, allora i bit di ridondanza valgono $(0, 1, 0)$ e la parola trasmessa è $\mathbf{m} = (0, 1, 1, 0, 0, 1, 1)$. Sia ora \mathbf{m}' la parola ricevuta. Calcolate le parità p'_4 , p'_2 e p'_1 come sopra, il numero intero $(p'_4, p'_2, p'_1)_2$, se diverso da zero, segnerà l'indice del bit ricevuto in modo errato, che potrà così essere corretto. Tornando all'esempio, se $\mathbf{m}' = (0, 1, 1, 0, 0, 0, 1)$ (errore nel bit m_6), si ha $p'_4 = p(0, 0, 0, 1) = 1$, $p'_2 = p(1, 1, 0, 1) = 1$, $p'_1 = p(0, 1, 0, 1) = 0$, da cui $(p'_4, p'_2, p'_1)_2 = (1, 1, 0)_2 = 6$.

Assembler (codifica) \diamond Sia dato un vettore \mathbf{V} di n byte. Scrivere un programma assembler 8086 che codifichi secondo Hamming ciascun byte $(v_7, v_6, v_5, v_4, v_3, v_2, v_1, v_0)$ di \mathbf{V} nella coppia di byte $(0, a_1, a_2, v_7, a_3, v_6, v_5, v_4)$, $(0, b_1, b_2, v_3, b_3, v_2, v_1, v_0)$ salvandola nel vettore di $2n$ byte \mathbf{W} . Simulare il programma con $n = 3$, $\mathbf{V} = (5AD78E)_{16}$. [*Suggerimento*: dopo un'istruzione di tipo aritmetico o logico, la parità del risultato è rilevabile con le istruzioni di salto condizionato JPE ("jump on parity even") o JPO ("jump on parity odd").]

Macchine logiche (decodifica) \diamond Costruire una macchina sincrona che, ricevendo uno alla volta bytes codificati secondo Hamming nella forma $(0, \mathbf{m})$, trasformi ciascuno di essi nel nibble (parola di 4 bit) decodificato corrispondente, correggendone l'eventuale bit errato. [*Suggerimento*: il calcolo della parità di una parola di 4 bit si può effettuare mediante una porta XOR a 4 ingressi.]